

Nollföljdsimpedans och strömfördelning vid kabel med markåterledning



Anna Guldbrand

Dept. of Industrial Electrical Engineering and Automation

Lund University

Sammanfattning

För att utföra beräkningar av nollföljdsimpedans modelleras en trefaskabel med retur i skärm, längsgående jordlina och jord. I modellen kopplas en spänningskälla in mellan framledare och returledare. De tre returledarna modelleras tillsammans med framledare som tre slutna kretsar. Den ström som flyter i dessa kretsar inducerar flöden som påverkar den egna och andra ledare. Den egna och ömsesidiga induktionen ger tillsammans med ledarresistanser upphov till en spänning längs varje slutna krets motsvarande den inkopplade spänningskällan.

Den längsgående jordlinans kontinuerliga koppling till jord representeras av ett ändligt antal jordtag längs jordlinan. Den ström som flyter genom jordtagen spänningssätter området runt varje jordtag. Spänningssättningen avtar proportionellt mot avståndet från jordtaget. För att representera spänningssättningen skapas en resistansmatris som kopplar strömmen genom jordtagen till jordlinans spänningsnivå. Genom att utföra slinganalys på kretsen kan tillräcklig information för att beräkna samtliga returströmmar erhållas.

Nollföljdsimpedansen och returströmmens fördelning undersöks då fyra av modellens parametrar varieras. Dessa fyra parametrar är jordtagsresistansen i skärmens ändrar, markresistiviteten, avståndet mellan skärm och längsgående jordlina samt kabelns längd. Variationer av jordtagsresistansen har viss inverkan på nollföljdsimpedansen så länge resistansen är liten. Nollföljdsimpedansen påverkas också av variationer i markresistiviteten, så länge markresistiviteten inte är större än ett par hundra Ω m. Lägre jordtagsresistans eller markresistivitet ger ett lägre värde på den totala nollföljdsimpedansen.

Avståndet mellan skärm och längsgående jordlina har relativt stor inverkan på nollföljdsimpedansen. Nollföljdsimpedansen sänks om den längsgående jordlinan flyttas nära skärmen. Dock begränsas möjligheten till sänkt värde på nollföljdsimpedansen om jordlinan måste läggas en bit under framledare och skärm för att skyddas från skador vid markarbete.

Det går inte att ange ett värde för nollföljdsimpedansen per längdenhet oberoende av kabelns längd. För kablar över en viss längd varierar dock nollföljdsimpedansen per längdenhet mycket lite. Man kan därför, för långa kablar, approximera nollföljdsimpedansen per längdenhet till ett, av längd oberoende, värde.

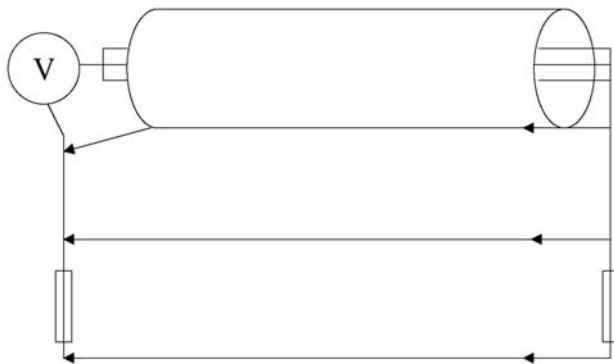
I beräkningarna används kabeldata för AXCES 95/25. För 1000 m kabel med jordtagsresistans 7Ω i vardera ände, markresistivitet 2500Ω m och längsgående jordlina förlagd 0,5 m från kabelns skärm, beräknas den totala nollföljdsimpedansen till $1,4408 + j0,6179 \Omega$. Om ingen längsgående jordlina läggs beräknas nollföljdsimpedansen istället till $2,5910 + j0,1344 \Omega$.

<i>Nollföljdsimpedans och strömfördelning vid kabel med markåterledning.....</i>	<i>1</i>
Kretsmodell och kabeldata.....	1
Flöde och nollföljdsimpedans.....	3
Modellering av långsgående jordlina.....	4
Modellvalidering.....	8
Resultat	9
Jordtagsresistans	9
Markresistivitet	10
Avstånd mellan jordlina och skärm	11
Kabellängd	13
Jämförelse med STRI.....	14
Jämförelse ABB-formler.....	14
Skärmning	14
Slutsats	15
Referenser	16

Nollföljdsimpedans och strömfördelning vid kabel med markåterledning

Kretsmodell och kabeldata

En trefas framledare med retur i skärm, längsgående jordlina och jord betraktas. För att beräkna nollföljdsimpedans tänker man sig en koppling enligt Figur 1. De tre faserna är i den ena änden direkt kopplade till skärm och jordlina. Kopplingen till jord sker över en jordtagsresistans. I andra änden kopplas en spänningskälla in mellan fram- och återledare. Också i denna ände finns en jordtagsresistans mellan jord och övriga återledare.

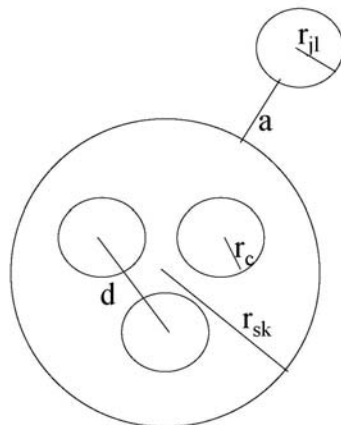


Figur 1, Krets med spänning V mellan trefas framledare och retur. Retur i skärm, längsgående jordlina och jord

I beräkningarna används kabeldata för AXCES 95/25 [1]. Figur 2 visar kabelns storleksbeteckningar. I Tabell 1 anges också dessa mått och ledningarnas resistanser. Avståndet mellan kabel och jordlina, a i Figur 2, varierar. Ekvivalent jorddjup (inträngningsdjup) beräknas enligt Carsons formel, Ekvation 1 [2].

$$D_e = 659 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{50}} m$$

Ekvation 1



Figur 2, Dimensioner AXCES 95/25

	Ledarradie	Ledarresistans
Fasledare	$r_c = 0,0058 \text{ m}$	$R_c = 0,00032/3 \ \Omega/\text{m}$
Avstånd mellan faser	$d = 0,02 \text{ m}$	
Skärm	$r_{jl} = 0,0033 \text{ m}$	$R_{sk} = 0,0008 \ \Omega/\text{m}$
Jordlina	$r_{sk} = 0,024 \text{ m}$	$R_{jl} = 0,00052 \ \Omega/\text{m}$
Jord	D_e	$R_j = \omega\mu_0/8 \ \Omega/\text{m}$

Tabell 1, Kabelldata AXCES 95/25

Flöde och nollföljdsimpedans

Fram- och returledare bildar tre strömkretsar. Strömmen i kretsarna framledare - skärm, framledare - jordlina och framledare - jord inducerar flöden som påverkar den egna och andra kretsar enligt Ekvation 2 [2].

$$\begin{pmatrix} \Psi_{sk} \\ \Psi_{jl} \\ \Psi_j \\ \Psi_c \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \begin{pmatrix} \ln \frac{l}{r'_{sk}} & \ln \frac{l}{D_{sk-jl}} & \ln \frac{l}{D_{sk-j}} & \ln \frac{l}{D_{sk-c}} \\ \ln \frac{l}{D_{sk-jl}} & \ln \frac{l}{r'_{jl}} & \ln \frac{l}{D_{jl-j}} & \ln \frac{l}{D_{jl-c}} \\ \ln \frac{l}{D_{sk-j}} & \ln \frac{l}{D_{jl-j}} & \ln \frac{l}{r'_j} & \ln \frac{l}{D_{j-c}} \\ \ln \frac{l}{D_{sk-c}} & \ln \frac{l}{D_{jl-c}} & \ln \frac{l}{D_{j-c}} & \ln \frac{l}{r'_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{jl} \\ I_j \\ I_c \end{pmatrix} \text{ Wb/m}$$

Ekvation 2

Uttrycket för egeninduktans för en homogen cirkulär ledare av omagnetiska material förklaras av Ekvation 3 [2].

$$Z_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} \mu_r + \ln \frac{l}{r_x} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{l}{0,78 r_x} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{l}{r'_x} \right) H/m$$

Ekvation 3

Egenimpedansen är proportionell mot logaritmen av den inverterade geometriska egenradie för ledaren. Den ömsesidiga induktansen mellan två ledare är på samma sätt proportionell mot de geometriska medelavståndet mellan ledarna. Geometrisk egenradie och medelavstånd för ledarna i modellen anges i Tabell 2 [2].

	Framledare	Skärm	Jordlina	Jord
Framledare	$(d^2 * 0,78 * r_c)^{1/3}$	r_{sk}	$r_{sk} + r_{jl} + a$	D_e
Skärm	r_{sk}	r_{sk}	$r_{sk} + r_{jl} + a$	D_e
Jordlina	$r_{sk} + r_{jl} + a$	$r_{sk} + r_{jl} + a$	$0,78 * r_{jl} \text{ m}$	D_e
Jord	D_e	D_e	D_e	D_e

Tabell 2, Geometrisk egenradie och medelavstånd för ledarna i modellen.

Strömmen i framledaren är summan av strömmarna i samtliga returledare. Kopplingen mellan det totala flödet längs de slutna kretsarna, Ekvation 4, och strömmen i dessa, är den egna och den ömsesidiga induktansen.

$$\begin{pmatrix} \Psi_c - \Psi_{sk} \\ \Psi_c - \Psi_{jl} \\ \Psi_c - \Psi_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{sk} \\ \Psi_{jl} \\ \Psi_j \\ \Psi_c \end{pmatrix}$$

Ekvation 4

Induktansen ger tillsammans med framledarens och returledarnas resistans upphov till en spänning längs de slutna kretsarna enligt Ekvation 5 [2].

$$\begin{pmatrix} U_{sk-c} \\ U_{jl-c} \\ U_{j-c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{sk} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{jl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_j + 2R_{jt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_c \end{pmatrix} + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \begin{pmatrix} \ln \frac{1}{r'_{sk}} & \ln \frac{1}{D_{sk-jl}} & \ln \frac{1}{D_{sk-j}} & \ln \frac{1}{D_{sk-c}} \\ \ln \frac{1}{D_{sk-jl}} & \ln \frac{1}{r'_{jl}} & \ln \frac{1}{D_{jl-j}} & \ln \frac{1}{D_{jl-c}} \\ \ln \frac{1}{D_{sk-j}} & \ln \frac{1}{D_{jl-j}} & \ln \frac{1}{r'_j} & \ln \frac{1}{D_{j-c}} \\ \ln \frac{1}{D_{sk-c}} & \ln \frac{1}{D_{jl-c}} & \ln \frac{1}{D_{j-c}} & \ln \frac{1}{r'_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{jl} \\ I_j \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} R_{sk} + R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{sk-c} D_{sk-c}}{r'_{sk} r'_c} & R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{jl-c} D_{sk-c}}{D_{sk-jl} r'_c} & R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{j-c} D_{sk-c}}{D_{sk-j} r'_c} \\ R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{sk-c} D_{jl-c}}{D_{sk-jl} r'_c} & R_{jl} + R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{jl-c} D_{jl-c}}{r'_{jl} r'_c} & R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{j-c} D_{jl-c}}{D_{jl-j} r'_c} \\ R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{sk-c} D_{j-c}}{D_{sk-j} r'_c} & R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{jl-c} D_{j-c}}{D_{jl-j} r'_c} & R_j + 2R_{jt} + R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{j-c} D_{j-c}}{r'_j r'_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{jl} \\ I_j \end{pmatrix}$$

Ekvation 5

Spänningen längs de slutna kretsarna är V, se Ekvation 6. Kretsens totala impedans och nollföljdsimpedans ser därför ut enligt Ekvation 7.

$$\begin{pmatrix} U_{sk-c} \\ U_{jl-c} \\ U_{j-c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ V \\ V \end{pmatrix}$$

Ekvation 6

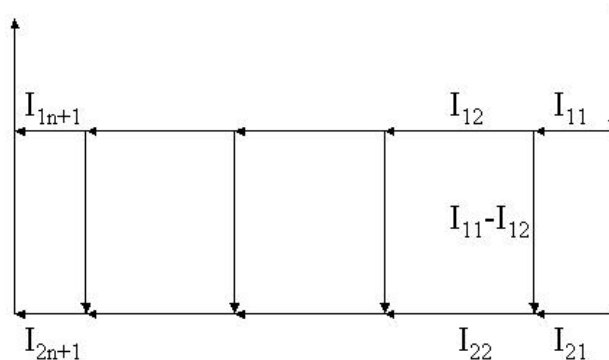
$$Z = \frac{V}{I_{sk} + I_{jl} + I_j}$$

$$Z_0 = \frac{V}{I_0} = \frac{3V}{I_{tot}}$$

Ekvation 7

Modellering av längsgående jordlina

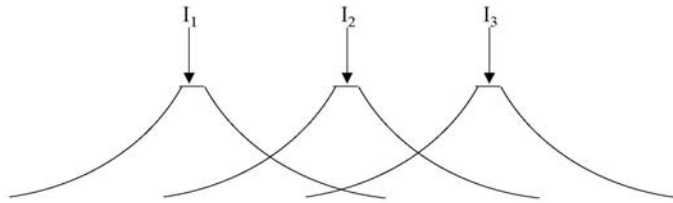
I modellen ovan antas ingen annan koppling finnas mellan olika returledare än den i skärmens ändpunkter. För att representera den längsgående jordlinans kontinuerliga koppling till jord modelleras ett ändligt antal jordtag längs jordlinan. Jordlinan delas upp i n stycken delar. På mitten av varje del modelleras ett jordtag, se Figur 3.



Figur 3, Jordlinan delas upp i n stycken delar. Ett jordtag modelleras på mitten av varje del.

Den ström som går igenom varje jordtag spänningssätter på grund av resistansen mellan jordlina och jord, marken runt jordtaget. Spänningssättningen avtar omvänt

proportionellt mot avståndet från jordtaget. Det betyder att ett jordtag inte bara påverkar spänningsnivån runt det egna taget utan också spänningsnivån vid föregående och följande jordtag. Figur 4 visar schematiskt spänningssättningen runt jordtagen.



Figur 4, Strömmarna genom jordtaget ger upphov till spänningssättning runt jordtagen.

Spänningssättningen längs jordlinan modelleras som en resistansmatris. Resistansmatrisen representerar helt enkelt hur strömmar ner i jordtagen ger upphov till spänningar längs den medföljande jordlinan. Antag till exempel att ledaren är 1000 meter lång och delas in i fem delar. Man har då fem kopplingar till jord med 200 m emellan. Om resistansen mellan jord och längsgående jordlina betecknas R , ser resistansmatrisen ut enligt Ekvation 8. V_x är spänningen vid jordtag x .

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & R & R & R & R \\ \frac{R}{200} & R & R & R & R \\ \frac{R}{200} & \frac{R}{200} & R & R & R \\ \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R & R \\ \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R & R \\ \frac{R}{600} & \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R \\ \frac{R}{600} & \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R \\ \frac{R}{800} & \frac{R}{600} & \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{j1} - I_{j2} \\ I_{j2} - I_{j3} \\ I_{j3} - I_{j4} \\ I_{j4} - I_{j5} \\ I_{j5} - I_{j6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & R & R & R & R \\ \frac{R}{200} & R & R & R & R \\ \frac{R}{200} & \frac{R}{200} & R & R & R \\ \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R & R \\ \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R & R \\ \frac{R}{600} & \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R \\ \frac{R}{600} & \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R & R \\ \frac{R}{800} & \frac{R}{600} & \frac{R}{400} & \frac{R}{200} & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{j1} \\ I_{j2} \\ I_{j3} \\ I_{j4} \\ I_{j5} \\ I_{j6} \end{pmatrix}$$

Ekvation 8

För att räkna ut hur stora de individuella jordtagsresistanserna är i förhållande till jordlinans totala resistans till jord, antas att ledningen är en god ledare. Alla V_x sätts till samma potential U . Genom att invertera matrisen kan man räkna ut de strömmar som går mellan jordlina och jord. Den sammanlagda resistansen för jordlinan beräknas som spänningen mellan jord och jordlina dividerat med summan av alla strömmar, Ohms lag Ekvation 9.

$$R_{tot} = \frac{U}{I_{tot}}$$

Ekvation 9

Kvoten mellan den individuella jordtagsresistansen och jordlinans totala resistans till jord beror av ledarens längd och antal modellerade jordtag, men är oberoende av ansatt spänning och individuellt jordtagsresistans R . För långa steglängder, det vill säga små n är kvoten ungefär den samma som antalet individuella jordtagsresistans. I modellen sätts R_{tot} till IEEE:s värde för längsgående jordlina [3] och den individuella jordtagsresistansen beräknas utifrån detta. Strömmarna i den nya modellen, se Figur 3, inducerar flöden enligt Ekvation 10.

$$\begin{pmatrix} \Psi_{sk} - \Psi_c \\ \Sigma \Psi_{jlx} - \Psi_c \\ \Sigma \Psi_{jx} - \Psi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{sk} & \frac{X_{sk-jl}}{2n} & \frac{X_{sk-jl}}{n} & \dots & \frac{X_{sk-jl}}{2n} & \frac{X_{sk-j}}{2n} & \frac{X_{sk-j}}{n} & \dots & \frac{X_{sk-j}}{2n} \\ X_{sk-jl} & \frac{X_{jl}}{2n} & \frac{X_{jl}}{n} & \dots & \frac{X_{jl}}{2n} & \frac{X_{jl-j}}{2n} & \frac{X_{jl-j}}{n} & \dots & \frac{X_{jl-j}}{2n} \\ X_{sk-j} & \frac{X_{jl-j}}{2n} & \frac{X_{jl-j}}{n} & \dots & \frac{X_{jl-j}}{2n} & \frac{X_j}{2n} & \frac{X_j}{n} & \dots & \frac{X_j}{2n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{jl1} \\ I_{jl2} \\ \vdots \\ I_{jln+1} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ \vdots \\ I_{jn+1} \end{pmatrix}$$

Ekvation 10

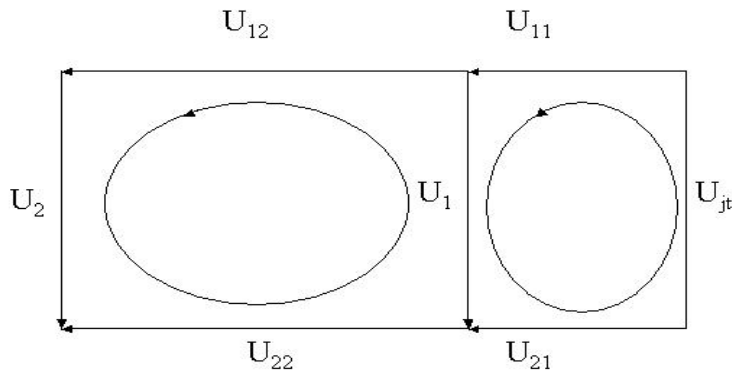
Induktansen dessa flöden inducerar och ledningarnas resistans ger upphov till spänning längs de slutna slingorna enligt Ekvation 11.

$$\begin{pmatrix} V \\ V \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{sk} & \frac{Z_{sk-jl}}{2n} & \frac{Z_{sk-jl}}{n} & \dots & \frac{Z_{sk-jl}}{2n} & \frac{Z_{sk-jl}}{2n} & \frac{Z_{sk-jl}}{n} & \dots & \frac{Z_{jl-j}}{2n} \\ Z_{sk-jl} & \frac{Z_{jl}}{2n} & \frac{Z_{jl}}{n} & \dots & \frac{Z_{jl}}{2n} & \frac{Z_{jl}}{2n} & \frac{Z_{jl}}{n} & \dots & \frac{Z_{jl-j}}{2n} \\ Z_{sk-j} & \frac{Z_{jl-j}}{2n} & \frac{Z_{jl-j}}{n} & \dots & \frac{Z_{jl-j}}{2n} & \frac{Z_{jl-j}}{2n} + R_{jt} & \frac{Z_{jl-j}}{n} & \dots & \frac{Z_{jl-j}}{2n} + R_{jt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{jl1} \\ I_{jl2} \\ \vdots \\ I_{jln+1} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ \vdots \\ I_{jn+1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} Z_{sk} &= R_{sk} + R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{sk-c} D_{sk-c}}{r'_{sk} r'_c} & Z_{jl} &= R_{jl} + R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{jl-c} D_{jl-c}}{r'_{jl} r'_c} \\ Z_{sk-jl} &= R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{sk-c} D_{jl-c}}{D_{sk-jl} r'_c} & Z_j &= R_j + R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{j-c} D_{j-c}}{r'_j r'_c} \\ Z_{sk-j} &= R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{sk-c} D_{j-c}}{D_{sk-j} r'_c} & Z_{jl-j} &= R_c + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \cdot l \cdot \ln \frac{D_{jl-c} D_{j-c}}{D_{jl-j} r'_c} \end{aligned}$$

Ekvation 11

Ytterligare information om impedanser, ström och spänning fås genom slinganalys av n stycken slingor. Exemplet i Figur 5 och Ekvation 12 visar de två första slingorna då n är 2.



Figur 5, Slinganalys

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -U_1 + U_{21} + U_{j1} - U_{11} \\ -U_2 + U_{22} + U_1 - U_{12} \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -V_1 \\ V_1 - V_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{4} & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{4} & 0 & 0 & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{4} + R_{j1} & 0 & 0 \\ \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{2} & 0 & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{2} & 0 & 0 & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ I_{j3} \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} R & R \\ R & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{4} & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{4} & 0 & 0 & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{4} + R_{j1} & 0 & 0 \\ \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{2} & 0 & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{2} & 0 & 0 & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ I_{j3} \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{4} & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{4} - R + \frac{R}{l/2} & R - \frac{2R}{l/2} & \frac{R}{l/2} & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{4} + R_{j1} & 0 & 0 \\ \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{2} & R - \frac{R}{l/2} & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{2} + \frac{R}{l/2} - 2R & R & 0 & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ I_{j3} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Ekvation 12

Vidare utnyttjas att alla strömmar I_{1x} och I_{2x} summerar till en konstant ström, här benämnd I_t . Alla strömmar I_{2x} transformeras till $I_t - I_{1x}$ se Ekvation 13.

$$\begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ I_{j3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_t \\ I_t \end{pmatrix}$$

Ekvation 13

Slutligen har man ett inverterbart ekvationssystem, Ekvation 14, med n+3 ekvationer och okända strömmar.

$$\begin{pmatrix} V \\ V \\ V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{sk} & \frac{Z_{sk-jl}}{4} & \frac{Z_{sk-jl}}{2} & \frac{Z_{sk-jl}}{4} & \frac{Z_{sk-j}}{4} & \frac{Z_{sk-j}}{2} & \frac{Z_{sk-j}}{4} \\ Z_{sk-jl} & \frac{Z_{jl}}{4} & \frac{Z_{jl}}{2} & \frac{Z_{jl}}{4} & \frac{Z_{jl-j}}{4} & \frac{Z_{jl-j}}{2} & \frac{Z_{jl-j}}{4} \\ Z_{sk-j} & \frac{Z_{jl-j}}{4} & \frac{Z_{jl-j}}{2} & \frac{Z_{jl-j}}{4} & \frac{Z_j}{4} + R_{j1} & \frac{Z_j}{2} & \frac{Z_j}{4} + R_{j1} \\ \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{4} & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{4} - R + \frac{R}{l/2} & R - \frac{2R}{l/2} & \frac{R}{l/2} & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{4} + R_{j1} & 0 & 0 \\ \frac{-Z_{sk-jl} + Z_{sk-j}}{2} & R - \frac{R}{l/2} & \frac{-Z_{jl} + Z_{jl-j}}{2} + \frac{R}{l/2} - 2R & R & 0 & \frac{-Z_{jl-j} + Z_j}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_t \\ I_t \end{pmatrix}$$

Ekvation 14

Nollföljdsimpedansen beräknas ur Ekvation 15.

$$Z_0 = \frac{3V}{I_{sk} + I_t}$$

Ekvation 15

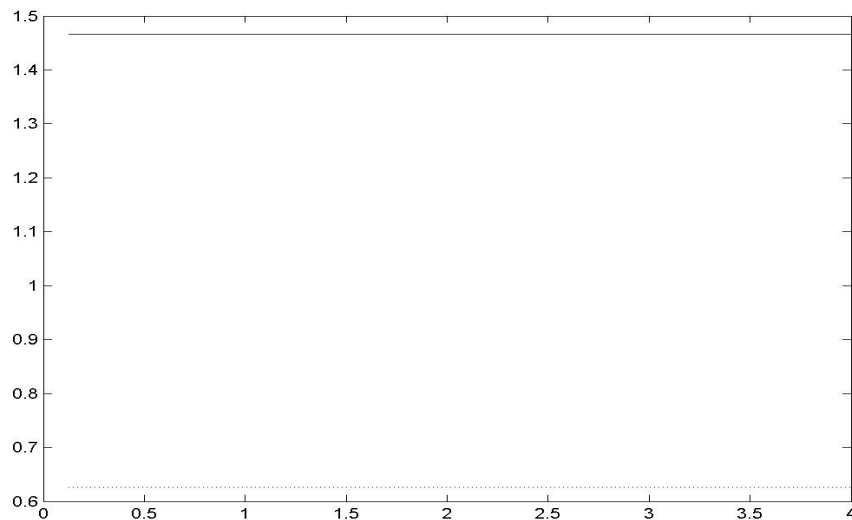
Genom att transformera tillbaka till $2n + 3$ strömmar, se Ekvation 16, fås den fullständiga strömfördelningen.

$$\begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_{j1} \\ I_{j2} \\ I_{j3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{sk} \\ I_{j11} \\ I_{j12} \\ I_{j13} \\ I_t \end{pmatrix}$$

Ekvation 16

Modellvalidering

För att kontrollera modellen undersöks hur nollföljsimpedansen varierar då steglängden, det vill säga kabelns längd dividerat med antalet segment kabeln delas in i, ändras. En förutsättning för att modellen ska anses rimlig är att nollföljsimpedansen, då steglängden går mot noll, konverterar mot ett värde som inte skiljer sig mycket från de värden som fås med längre steglängd. Figur 6 visar nollföljsimpedansen per km för en 100 m lång kabel som funktion av steglängden. Nollföljsresistans och nollföljsreaktans är konstant till femte decimal.



Figur 6, Nollföljsresistans och nollföljs reaktans som funktion av steglängd för 100 m lång kabel.

Modellen kontrolleras också genom att ge resistansen för en returledare i taget ett mycket stort värde. Mycket liten ström returneras genom ledaren med stor ledningsresistans.

Resultat

Nollföljdsimpedansen beräknas då i tur och ordning jordtagsresistans, markresistivitet, avstånd mellan jordlina och skärm, och kabellängd varierar i modellen. De parametrar som inte varierar hålls konstanta enligt Tabell 3. 100 jordtag modelleras mellan jordlina och jord vilket ger steglängd = kabellängd/100 m.

Jordtagsresistans R_{jt}	Markresistivitet ρ	Avstånd jordlina skärm D	Kabellängd l
7 Ω	2500 Ωm	0,5 m	1000 m

Tabell 3, Parametervärden för de parametrar som inte varierar.

Jordtagsresistans

Då jordtagsresistansen är liten går en större del av returströmmen genom jord. Strömfördelningen då den individuella jordtagsresistansen i skärmens båda ändar är $R_{jt} = 2, 7$ och 14Ω visas i Figur 7. X-axeln visar längdskala där 100 är hela kabelns längd (1000 m). Y-axeln visar strömmens absolutbelopp med spänningskälla 10 kV.



Figur 7, Returströmmens fördelning då jordtagsresistansen antas vara 2, 7 och 14 Ω i var och en av skärmens ändar. Då jordtagsresistansen ökar, ökar den andel av strömmen som returneras i jord. X-axeln visar längdskala där 100 är hela kabelns längd (1000 m). Y-axeln visar strömmens absolutbelopp med spänningskälla 10 kV.

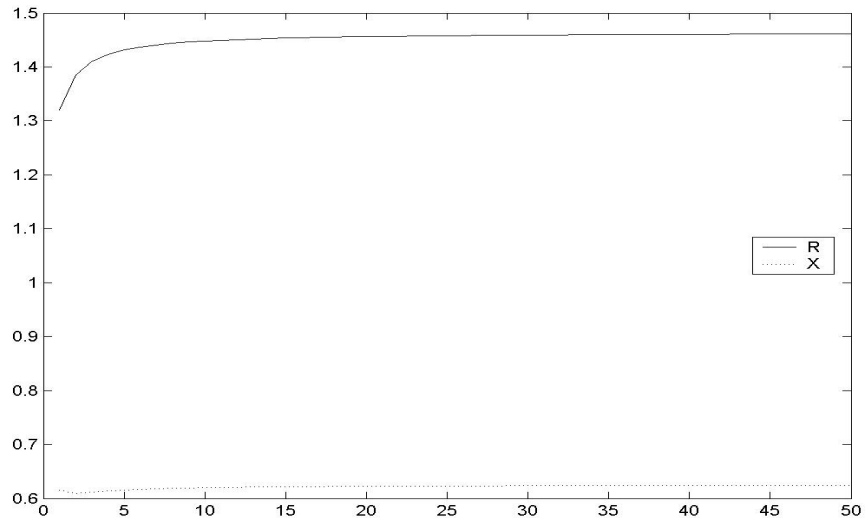
Kurvorna som visar returströmmens fördelning förskjuts, dess form ändras inte, då storleken på jordtaget ändras. De jordtag som modellerar den kontinuerliga kopplingen mellan jordlina och jord påverkas inte av jordtagsresistansen. Minskad jordtagsresistans resulterar i minskad nollföljdsimpedans. Den beräknade nollföljdsimpedansen för dessa tre jordtagsresistanser återfinns i Tabell 4.

R_{jt}	2	7	14
R_0	1,3848	1,4408	1,4526
X_0	0,6096	0,6179	0,6213

Tabell 4, Nollföljdsimpedans då jordtagsresistansen är 2, 7 och 14 Ω

Figur 8 visar hur nollföljdsimpedansen ändras då jordtagsresistansen varierar. Om jordtagsresistansen överstiger 5 Ω returneras mycket lite av strömmen genom

jordtaget och nollföljdsimpedansen närmar sig det värde som gäller då inte någon ström returneras denna väg. Ökas jordtagsresistansen ytterligare ändras nollföljdsimpedansen därför mycket lite. Gränsen 5Ω gäller just för parametervärden enligt Tabell 3. Med dessa parametervärden betyder en ökning av jordtagsresistansen från $0,5$ till 1Ω att nollföljdsresistansen ökar med ungefär 7% . En ändring från 1 till 2Ω betyder att nollföljdsimpedansen ökar med ungefär 5% .



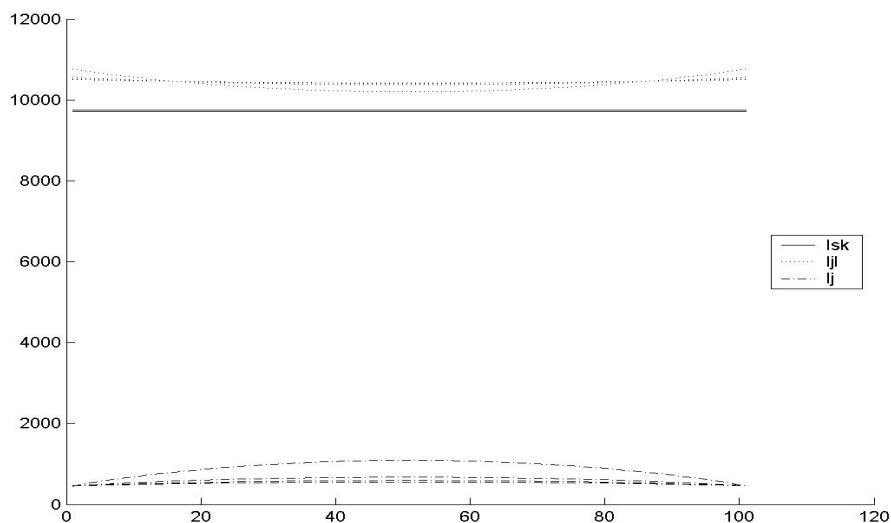
Figur 8, Nollföljdsimpedansen som funktion av jordtagsresistans. För jordtagsresistanser över 5Ω varierar nollföljdsimpedansen mycket lite

Markresistivitet

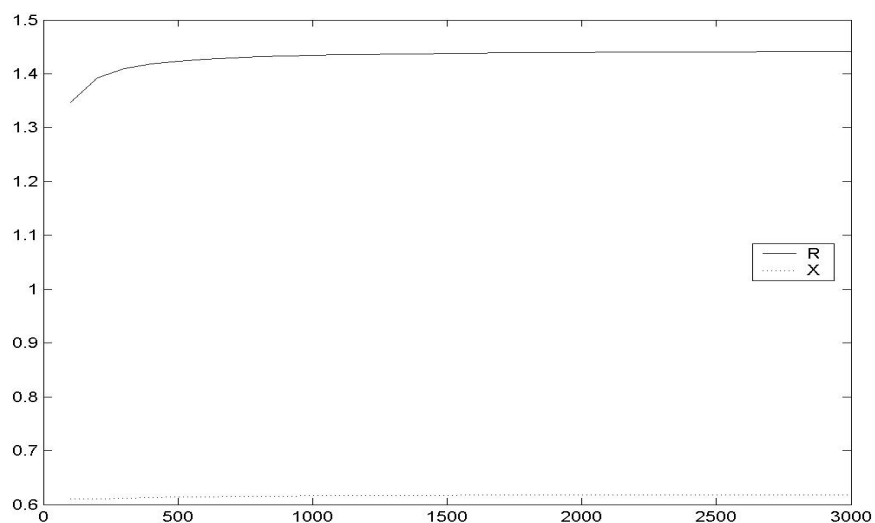
Kopplingen mellan jordlina och jord är beroende av markresistiviteten. Då resistiviteten minskar, minskar resistansen mellan jordlina och jord och mer ström går mellan de båda. Strömfördelningen för markresistivitet 500 , 1500 , 2500 och $3500 \Omega\text{m}$ visas i Figur 9. Vid tillräckligt stor markresistivitet, och därav följande resistans mellan jordlina och jord, kommer mycket lite ström flyta mellan de båda. Nollföljdsimpedansen närmar sig det värde som gäller då ingen annan koppling mellan jordlina och jord finns än den i skärmens ändpunkter. Returströmmens fördelning och den totala nollföljdsimpedansen är därför oförändrad vid variation av höga värden på markresistiviteten. Figur 10, som visar hur nollföljdsimpedansen varierar då markresistiviteten ändras, bekräftar detta. Den beräknade nollföljdsimpedansen med ovan nämnda markresistiviteter återfinns i Tabell 5.

ρ	500	1500	2500	3500
R_0	1,4232	1,4378	1,4408	1,4420
X_0	0,6138	0,6171	0,6179	0,6182

Tabell 5, Nollföljdsimpedans då markresistiviteten är 500 , 1500 , 2500 och $3500 \Omega\text{m}$



Figur 9, Returströmmens fördelning då markresistiviteten antas vara 500, 1500, 2500 och 3500 Ωm . Då markresistiviteten minskar, minskar resistansen mellan jord och jordlina. X-axeln visar längdskala där 100 är hela kabelns längd (1000 m). Y-axeln visar strömmens absolutbelopp med spänningskälla 10 kV.

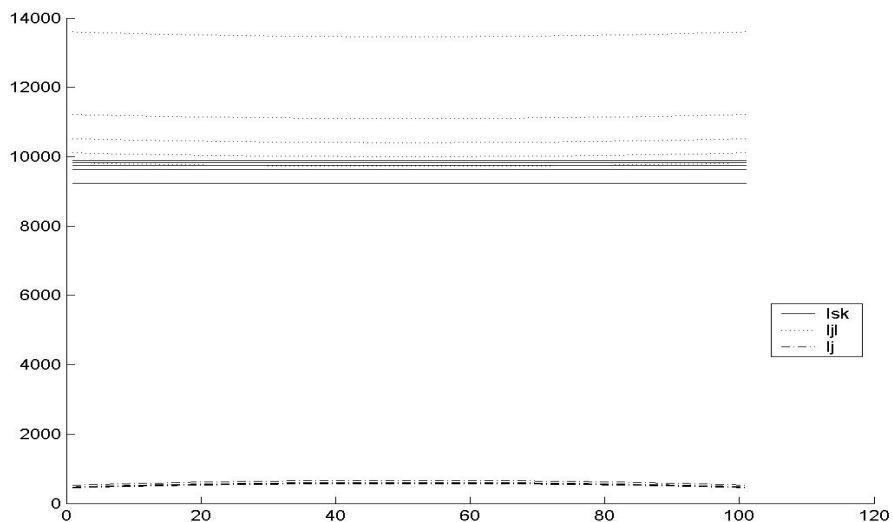


Figur 10, Nollföljdsimpedansen som funktion av markresistivitet. För markresistiviteter över 500 Ωm varierar nollföljdsimpedansen mycket lite

Avstånd mellan jordlina och skärm

Då jordlinan flyttas ut från framledare ökar jordlinans egenimpedans, vilken beror av avståndet till framledaren. Detta innebär att en mindre del av den totala returströmmen flyter genom jordlinan. Strömfördelningen för avstånd 0, 0,25, 0,5, 0,75 och 1 m visas i Figur 11. Den beräknade nollföljdsimpedansen för de fem avstånden återfinns i Tabell 6. Egenimpedansens avståndsberoende är logaritmiskt. Det betyder att den påverkan som avståndet mellan jordlina och skärm har på nollföljdsimpedansen är störst för små avstånd. Detta bekräftas i beräkningarna. Figur

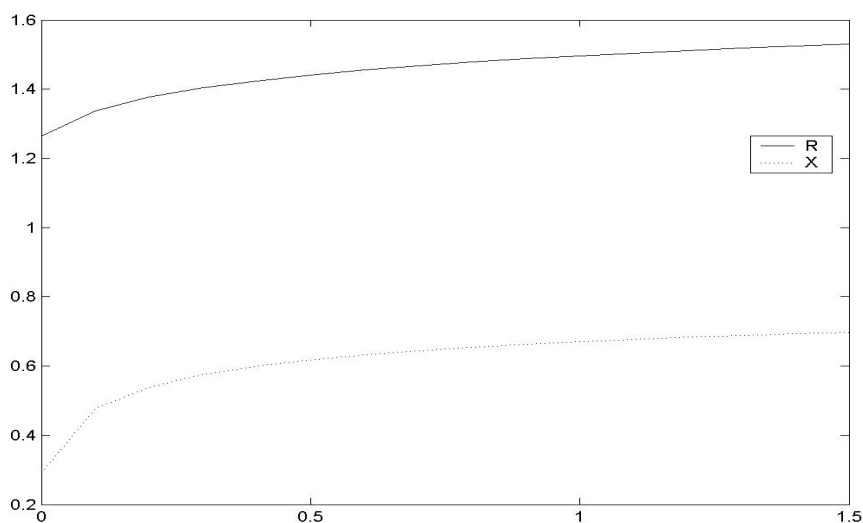
12 visar hur nollföljdsimpedansen varierar då avståndet mellan jordlina och skärm ändras.



Figur 11 Returströmmens fördelning då avståndet mellan jordlina och skärm antas vara 0, 0,25, 0,25 0,75 och 1m. Då avståndet ökar, minskar den del av returströmmen som går genom jordlinan. X-axeln visar längdskala där 100 är hela kabelns längd (1000 m). Y-axeln visar strömmens absolutbelopp med spänningskälla 10 kV.

D	0	0,25	0,5	0,75	1
R ₀	1,2643	1,3910	1,4408	1,4727	1,4962
X ₀	0,2904	0,5591	0,6179	0,6496	0,6705

Tabell 6, Nollföljdsimpedans då avståndet mellan skärm och jordlina är 0, 0,25, 0,5, 0,75 och 1m

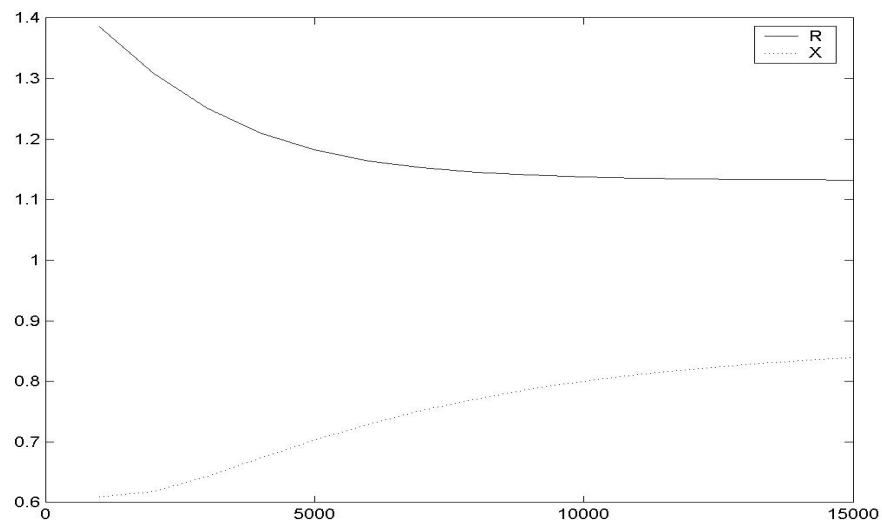


Figur 12, Nollföljdsimpedansen som funktion av avståndet mellan skärm och jordlina. Induktansens avståndsberoende är logaritmiskt. Avståndets inverkan på nollföljdsimpedansen är därför störst för små avstånd.

En för jordlinan viktig funktion är att vid jordfel fungera som återledare. För att kunna göra detta på bästa sätt bör jordlinan inte vara skadad. Många av de jordfel som inträffar i kabelnätet beror på grävskador eller andra skador i samband med markarbete. Ju närmare kabeln jordlinan är förlagd desto större är risken att denna också skadas vid markarbetet, och dess funktion försämras. I EBR K 25/03 [4] står det angående friledningsmatade kabelnät och sammanhängande kabelnät att ”kablarna ska ha intakt skärmförbindelse och det ska finnas betryggande parallella yttre jordförbindelser”. Det är därför lämpligt att lägga jordlinan en bit under trefaskabeln. Om man anser att en meter är det minsta avstånd jordlinan bör placeras från skärmen, kan värdet på nollföljdsimpedansen inte sänkas genom att flytta ledningarna närmare varandra än så. Nollföljdsimpedansen med avstånd en meter mellan ledningarna är knappt 6 % mindre än impedansen då avståndet mellan ledningarna är tre meter.

Kabellängd

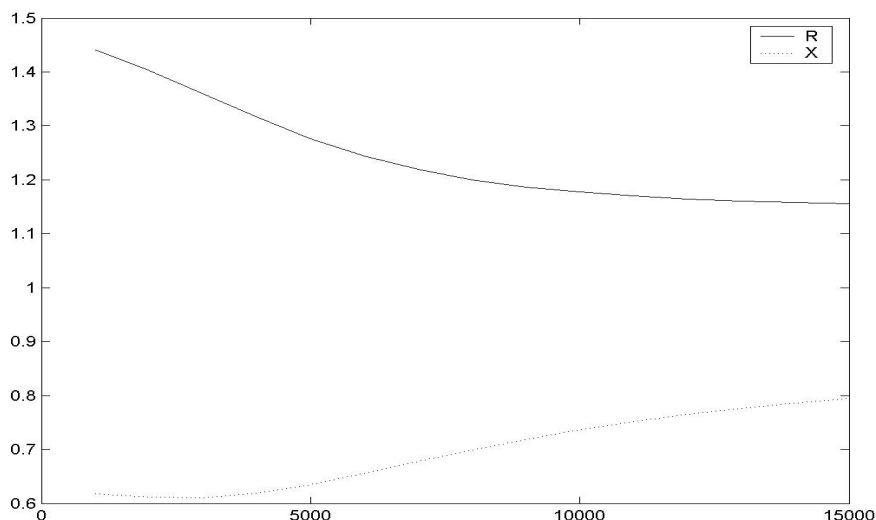
Nollföljdsimpedansen per kilometer inte oberoende av ledningarnas längd. Skärm och jordlina är i båda ändrar förbunden till jord via en jordtagsresistans. Jordtagsresistansen är oberoende av kabelns längd och bidrar därför till en högre nollföljdsimpedans per längdenhet för korta kablar. Figur 13 och Figur 14 visar nollföljdsimpedansen per km som funktion av ledningslängden för jordtagsresistans 2Ω och jordtagsresistans 7Ω .



Figur 13, Nollföljdsimpedansens variation som funktion av kabellängd då jordtagsresistansen är 2Ω

Ökad kabellängd minskar jordtagsresistansens påverkan på den totala nollföljdsimpedansen. För kablar över en viss längd varierar nollföljdsimpedansen per längdenhet mycket lite. Man kan därför, för långa kablar, approximera nollföljdsimpedansen per längdenhet till ett, av längd oberoende, värde. Ett litet jordtag påverkar nollföljdsimpedansen per km mindre än ett stort, när ledningslängderna ökar. För ett relativt litet värde på jordtagsresistansen, till exempel 2Ω , med den här modellens förutsättningar, kan det vara lämpligt att anta konstant nollföljdsimpedans per km för kabellängder över 5 km. För jordtagsresistans 7 och 14Ω varierar nollföljdsresistansen per km inte mer än 5 % för längder över 8 eller 9 km. För att

nollföljdsreaktansen per km, vilken är betydligt mindre än nollföljdsresistansen, ska variera så lite som 5 % krävs längre kabellängder.



Figur 14, Nollföljdsimpedansens variation som funktion av kabellängd då jordtagsresistansen är 7Ω

Jämförelse med STRI

Nollföljdsresistans och nollföljdsreaktans för 1000 m kabel med parametervärden enligt Tabell 3 har av STRI beräknats till $R_0 = 1,4942$ och $X_0 = 0,4588 \Omega$ [1]. Dessa värden skiljer sig något från resultatet i den här rapporten $R_0 = 1,4408$ och $X_0 = 0,6179$. Hur det MULTS-program som STRI använder sig av, modellerar kretsen är inte allmänt känt och jämförelser med modellen som används här går därför inte att göra.

Jämförelse ABB-formler

Gunnar Henning har för ABBs räkning härlett nollföljdsimpedansen för en treledarkabel med retur i skärm och jord, se Ekvation 17 [5]. Skärm och jord antas vara kopplade via en jordtagsresistans i båda ändar.

$$Z_0 = l \cdot \left(R_c + 3 \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_s}{\sqrt[3]{r'_c d^2}} \right) + \frac{3 \cdot l \cdot R_{sk} (R_{jt} + R_{jt} + l \cdot (R_j + \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{r'_{sk}}))}{R_{jt} + R_{jt} + l \cdot (R_{sk} + R_j + \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{r'_{sk}})}$$

Ekvation 17

Med kabeldata enligt Tabell 3 ger Ekvation 17 nollföljdsresistans $R_0 = 2,5910$ och nollföljdsreaktans $X_0 = 0,1344$. Samma resultat fås för modellen som använts här om jordlinans resistans sätts till ett mycket högt värde.

Skärmning

Det bör påpekas att den nollföljdsimpedans som här beräknats förutsätter ömsesidig induktans mellan samtliga fram och återledare i modellen. Om kabelns skärm hindrar flödet från framledare att påverka spänningsnivån i jordlina och jord och tvärt om, kommer den resulterade nollföljdsimpedansen bli en annan än den här beräknade.

Slutsats

För en 1000 m lång kabel med retur i skärm, jordlina och jord, och med kabeldata enligt Tabell 1 och Tabell 3, är den modellerade nollföljdsimpedansen $1,4408 + j0,6179 \Omega$. Det kan jämföras med de värde på $1,4942 + j0,4588 \Omega$ som STRI med hjälp av sitt MULTs program räknat fram för motsvarande kabeldata.

Kabelns nollföljdsimpedans beror bland annat på jordtagsresistansen i skärmens båda ändar. Jordtagsresistansen är oberoende av kabelns längd och bidrar därför till en högre nollföljdsimpedans per längdenhet för korta kablar, det går inte att ange ett värde för nollföljdsimpedansen per längdenhet som är oberoende av kabelns längd. Ökad kabellängd minskar jordtagsresistansens påverkan på den totala nollföljdsimpedansen. För kablar över en viss längd varierar nollföljdsimpedansen per längdenhet mycket lite. Man kan därför approximera nollföljdsimpedansen per längdenhet till ett, av längd oberoende, värde. Med kabeldata enligt Tabell 1 och Tabell 3 krävs för små jordtagsresistanser, 2Ω , kabellängder på ungefär 5 km för att kunna räkna nollföljdsimpedansen som konstant. För större jordtagsresistanser, 7 och 14Ω , krävs kabellängder på närmare 10 km för att nollföljdsimpedansen inte ska variera mer än 5 %.

Variationer av jordtagsresistansen har viss inverkan på nollföljdsimpedansen så länge resistansen är liten. Med parametrar enligt Tabell 1 och Tabell 3 betyder en ökning av jordtagsresistansen från 0,5 till 1Ω att nollföljdsimpedansen ökar med ungefär 7 %. En ändring från 1Ω till 2Ω resulterar i att nollföljdsimpedansen ökar med ungefär 5 %.

På samma sätt påverkas nollföljdsimpedansen av variationer i markresistiviteten, för resistiviteter upp till ett par hundra Ωm . För markresistiviteter över $500 \Omega\text{m}$ ger ytterligare ökning ingen förändring av nollföljdsimpedansen.

Avståndet mellan skärm och jordlina har, jämfört med övriga variabler, relativt stor inverkan på nollföljdsimpedansen. Dock begränsas utrymmet för variation om jordlinan måste läggas en bit under framledare och skärm för att skyddas från skador vid markarbete.

Referenser

1. Vikman A.: "Sammanställning av beräkningar utförda av STRI avseende nollföljdsdata för 12 kV trefaskabel med och utan jordlina", Vattenfall Eldistribution AB, 2006
2. Rønne-Hansen J.: "Elforsyningssystemer", Stærkstrømsafdelingen, Danmarks Tekniske Universitet, Lyngby, 1994
3. "IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems", IEEE Standard 142-1982, New York, 1982.
4. "EBR Jordningskonstruktioner ledningsnät och nätstationer 0,4 – 24 kV", EBR K 25/03, Svensk Energi AB, 2003
5. Henning G.: "Nollföljdsimpedans för kablar", ABB Cables